



UNIVERSIDAD
DE BURGOS

Escuela Politécnica Superior de Burgos
Departamento de Matemáticas y Computación

Grado en Ingeniería Informática
Estadística

ESTADÍSTICA BLOQUE: Temas 1, 2 y 3

Curso: 2023/2024

Fecha: 27/10/2023

Convocatoria: 1ª

Nombre:

CALIFICACIÓN TEORÍA CUESTIONES:

CALIFICACIÓN PROBLEMAS:

TEORÍA Y CUESTIONES (1 punto, si la respuesta es errónea resta un tercio de punto, salvo el ejercicio 9)

1. La varianza muestral de un conjunto de datos $\{x_1, x_2 \dots x_n\}$ es:

a) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ b) $\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ c) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$ d) Ninguna

2. Ante un examen, un alumno sólo ha estudiado 15 de los 25 temas correspondientes a la materia del mismo. Si se eligen al azar dos temas consecutivamente. ¿Qué probabilidad hay de que se sepa alguno de los dos?

a) $\frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24}$ b) $1 - \frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24}$ c) $1 - \left(\frac{10}{25}\right)^2$ d) $\left(\frac{10}{25}\right)^2$

3. Sea la variable aleatoria "sueldo bruto anual de los trabajadores de una empresa" el tercer cuartil de esta variable son 20.000 €. Esto significa:

- a) El sueldo del 33% de los trabajadores supera dicha cantidad
- b) El sueldo del 67% de los trabajadores supera dicha cantidad
- c) El sueldo del 25% de los trabajadores supera dicha cantidad
- d) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

4. Distribución de probabilidad del número de nuevos clientes conseguidos por una empresa mensualmente

X_i	0	1	2	3	4
$P(X_i)$	0,05	0,10	0,25	0,40	0,20

El valor esperado (media) del número de clientes a conseguir en un mes es:

- a) 0,4
- b) 2,6
- c) 0,26
- d) 3,0

5. ¿Qué dos condiciones cumple la función de densidad de una variable aleatoria continua?
- a) Mayor o igual que 0 y siempre creciente.
 - b) Mayor o igual que 0 y área bajo la función igual a 1.
 - c) Simétrica y área bajo la función igual a 1.
6. Lanzo dos dados. La probabilidad de obtener dos resultados iguales es:
- a) $\frac{2}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{6}$ d) $\frac{1}{36}$
7. La función de densidad de la distribución χ^2 con n grados de libertad es...
- d) Simétrica en torno a 0
 - e) Simétrica en torno a n
 - f) Asimétrica
8. Un programa detecta mensajes SPAM con probabilidad 0,98. La probabilidad de que marque como SPAM un mensaje que no lo es es de 0,04. Si el 1% de los mensajes recibidos son SPAM. Sabiendo que un mensaje ha sido marcado como SPAM, calcula la probabilidad de que lo sea.
- a) 0,0198 b) 0,198 c) 0,0494 d) 0
9. Explica razonadamente la construcción de un intervalo de confianza para la proporción de una población de Bernoulli dada una muestra de n observaciones. Indica los percentiles y probabilidades que se utilicen en el gráfico adecuado, especificando el modelo y parámetros de la distribución. **(2 puntos)**

PROBLEMAS

1. Una constructora ha recibido financiación para realizar 250 proyectos de inversión, de los cuales 50 han influido negativamente sobre el medio ambiente.
Para estudiar consecuencias, el gobierno de la Comunidad Autónoma selecciona 10 proyectos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 2 hayan influido negativamente sobre el medio ambiente? **(3 puntos)**
2. Por un antiguo puente circulan automóviles con peso distribuido normalmente de media 750 kg y desviación típica 40 kg. No es recomendable que el puente soporte automóviles de peso excesivo, por lo que se debe restringir el peso máximo permitido. Determinar este peso máximo permitido si se pretende que la probabilidad de superarlo sea del 1%. **(3 puntos)**
3. El salario medio mensual de una muestra aleatoria de 7 empleados de una gran empresa es de 1050 € con una desviación típica muestral de 90 €. En otra gran empresa de la misma rama se tomó otra muestra aleatoria de 10 empleados y condujo a una media de 960 € y una desviación típica muestral de 60 €. Utilizando un nivel de significación del 5% conteste a las preguntas siguientes: **(4 puntos)**
 - Calcula un intervalo de confianza para el cociente de varianzas para contrastar la suposición de trabajar con varianzas iguales.
 - Calcula un intervalo de confianza para la diferencia entre los salarios medios de ambas empresas.

NO SE VALORARÁ NINGUNA RESPUESTA QUE NO ESTÉ DEBIDAMENTE RAZONADA

Percentiles bajo distribución F										
<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	0.95	0.975	0.99	0.995	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	
6	2		19.329	39.331	99.331	199.332	7	2		19.353
	3		8.941	14.735	27.911	44.838		3		39.356
	4		6.163	9.197	15.207	21.975		4		99.357
	5		4.950	6.978	10.672	14.513		5		199.361
	6		4.284	5.820	8.466	11.073		6		8.887
	7		3.866	5.119	7.191	9.155		7		14.624
	8		3.581	4.652	6.371	7.952		8		27.671
	9		3.374	4.320	5.802	7.134		9		44.434
	10		3.217	4.072	5.386	6.545		10		6.094
	11		3.095	3.881	5.069	6.102		11		9.074
	12		2.996	3.728	4.821	5.757		12		14.976
	13		2.915	3.604	4.620	5.482		13		21.622
	14		2.848	3.501	4.456	5.257		14		28.247
	15		2.790	3.415	4.318	5.071		15		35.159
<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	0.95	0.975	0.99	0.995	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	
8	2		19.371	39.373	99.375	199.376	9	2		19.385
	3		8.845	14.540	27.489	44.125		3		39.387
	4		6.041	8.980	14.799	21.352		4		99.390
	5		4.818	6.757	10.289	13.961		5		199.390
	6		4.147	5.600	8.102	10.566		6		8.812
	7		3.726	4.899	6.840	8.678		7		14.473
	8		3.438	4.433	6.029	7.496		8		27.345
	9		3.230	4.102	5.467	6.693		9		43.881
	10		3.072	3.855	5.057	6.116		10		5.999
	11		2.948	3.664	4.744	5.682		11		8.905
	12		2.849	3.512	4.499	5.345		12		14.659
	13		2.767	3.388	4.302	5.076		13		21.138
	14		2.699	3.285	4.140	4.857		14		28.772
	15		2.641	3.199	4.004	4.674		15		35.791

Probabilidades bajo distribución normal estándar

<i>z</i>	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952

Estadísticos para muestras normales

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\hat{S} / \sqrt{n}} \rightarrow t_{n-1} \quad \frac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma^2} \rightarrow \chi^2_{n-1}$$

$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\hat{S} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}} \rightarrow t_{n_x + n_y - 2}$$

$$F = \frac{\hat{S}_x^2 / \sigma_x^2}{\hat{S}_y^2 / \sigma_y^2} \rightarrow F_{n_x - 1, n_y - 1}$$

Estadísticos para muestras de Bernoulli

$$Z = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \approx N(0, 1)$$

$$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (p_x - p_y)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_x(1-\hat{p}_x)}{n_x} + \frac{\hat{p}_y(1-\hat{p}_y)}{n_y}}} \approx N(0, 1)$$

Percentiles bajo distribución t

<i>n</i>	<i>p</i>	0.75	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
11		0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12		0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13		0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14		0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15		0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467

Percentiles bajo distribución ji cuadrado

<i>n</i>	<i>p</i>	0.005	0.01	0.025	0.05	0.95	0.975	0.99	0.995
11		2.60319	3.05350	3.81575	4.57481	19.67514	21.92006	24.72501	26.75690
12		3.07380	3.57057	4.40379	5.22603	21.02606	23.33669	26.21702	28.29940
13		3.56507	4.10691	5.00875	5.89187	22.36204	24.73564	27.68822	29.81949
14		4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	23.68477	26.11894	29.14123	31.31921
15		4.60088	5.22938	6.26213	7.26095	24.99579	27.48842	30.57794	32.80118